মাধ্যমিক 2026 Suggestions

From Bong Study Hub

উপপাদ্য:

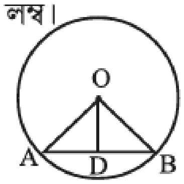
- প্রমাণ করো যে, ব্যাস নয়, এমন কোনো জ্যা এর ওপর বৃত্তের কেন্দ্র থেকে লম্ব অঙ্কন করলে ঐ লম্ব জ্যা টিকে সমদিখন্ডিত করে ।

∴ সেক্ষেত্রে কেন্দ্র থেকে লম্বদূরত্ব শূন্য। সুতরাং, পেলাম, বৃত্তের কেন্দ্র থেকে ব্যাসের লম্বদূরত্ব [ ]।

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি,

উপপাদ্য : 32. ব্যাস নয় এরূপ কোনো জ্যা-এর উপর বৃত্তের কেন্দ্র থেকে লম্ব অঙ্কন করা হলে, ওই লম্ব জ্যাটিকে সমদ্বিখণ্ডিত করে।

প্রদত্ত : O কেন্দ্রীয় বৃত্তের AB ব্যাস নয় এরূপ একটি জ্যা এবং OD, AB জ্যা-এর উপর লম্ব।



প্রমাণ করতে হবে : OD, AB জ্যাকে সমদ্বিখণ্ডিত করেছে অর্থাৎ AD = DB

অঙ্কন : O, A এবং O, B যুক্ত করি।

প্রমাণ : OD, AB জ্যা-এর উপর লম্ব।

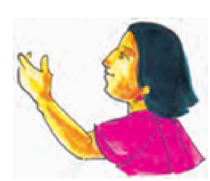
সুতরাং, ΔODA ও ΔODB সমকোণী।

$\therefore$ সমকোণী ΔODA ও ΔODB তে $\angle ODA = \angle ODB$ (প্রত্যেকটি কোণ সমকোণ)

অতিভুজ OA = অতিভুজ OB [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ],এবং OD সাধারণ বাহু

$\therefore \Delta ODA \cong \Delta ODB$ [R-H-S সর্বসমতার শর্তানুসারে]

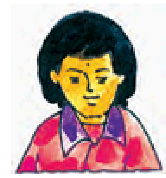
$\therefore$ AD = DB [সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ অংশ] [প্রমাণিত]

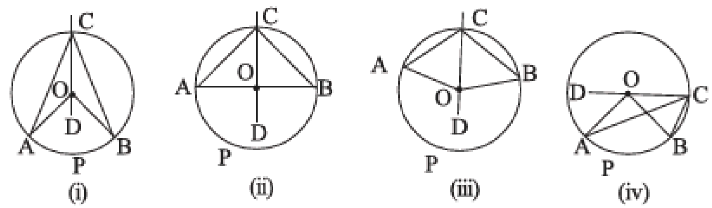


- কেন্দ্রস্থ কোণ = 2 × বৃত্তস্থ কোন

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি,

উপপাদ্য : 34. কোনো বৃত্তের একটি বৃত্তচাপের দ্বারা গঠিত সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণ ওই চাপের দ্বারা গঠিত যে-কোনো বৃত্তস্থ কোণের দ্বিগুণ।





প্রদত্ত : O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বৃত্তচাপ APB-এর দ্বারা গঠিত কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOB$ এবং একটি বৃত্তস্থ কোণ $\angle ACB$।

প্রমাণ করতে হবে: $\angle AOB = 2\angle ACB$

বৃত্তচাপ AB-এর দৈর্ঘ্য অনুযায়ী বিষয়টি তিনরকম হতে পারে। (i) ও (iv) নং চিত্রে APB উপচাপ (ii) নং চিত্রে APB অর্ধবৃত্তচাপ (iii) নং চিত্রে APB অধিচাপ।

অঙ্কন : C, O যুক্ত করে D বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করলাম।

প্রমাণ : প্রতিক্ষেত্রেই Δ AOC-এর OA = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

$\therefore \angle OCA = \angle OAC$

আবার, প্রতিক্ষেত্রেই, Δ AOC-এর CO বাহুকে D বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করায়

বহিঃস্থ $\angle AOD = \angle OAC + \angle OCA$

$= 2\angle OCA$..... (I) $\quad [\because \angle OAC = \angle OCA]$

প্রতিক্ষেত্রেই Δ BOC-এর, OB = OC [একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ]

সুতরাং $\angle OBC = \angle OCB$

আবার প্রতিক্ষেত্রেই Δ BOC-এর বাহুকে CO বাহুকে D বিন্দু পর্যন্ত বর্ধিত করায়

বহিঃস্থ $\angle BOD = \angle OCB + \angle OBC$

$= 2\angle OCB$ ...... (II) $\quad [\because \angle OBC = \angle OCB]$

(i) ও (ii) নং চিত্রের ক্ষেত্রে, $\angle AOD + \angle BOD = 2\angle OCA + 2\angle OCB$ [I ও II থেকে পেলাম]

$\therefore \angle AOB = 2(\angle OCA + \angle OCB) = 2\angle ACB$ .... (III)

কিন্তু (iii) নং চিত্রের ক্ষেত্রে অর্থাৎ যখন APB অধিচাপ, III-কে লিখব,

প্রবৃদ্ধ $\angle AOB = 2\angle ACB$

(iv) নং চিত্রের ক্ষেত্রে, $\angle BOD - \angle AOD = 2\angle OCB - 2\angle OCA$

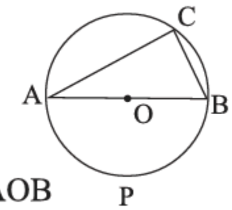
বা, $\angle AOB = 2(\angle OCB - \angle OCA)$

$\therefore \angle AOB = 2\angle ACB$ (প্রমাণিত)

- প্রমাণ করো যে, অর্ধ বৃত্তস্থ কোন সমকোণ।

যুক্তি দিয়ে প্রমাণ করি,

উপপাদ্য : 37. অর্ধবৃত্তস্থ কোণ সমকোণ।



প্রদত্ত : O কেন্দ্রীয় বৃত্তের $\angle ACB$ যে-কোনো একটি অর্ধবৃত্তস্থ কোণ।

প্রমাণ করতে হবে যে : $\angle ACB = 1$ সমকোণ।

প্রমাণ : O কেন্দ্রীয় বৃত্তের $\widehat{APB}$ বৃত্তচাপের দ্বারা গঠিত সম্মুখ কেন্দ্রস্থ কোণটি $\angle AOB$ এবং $\angle ACB$ ওই $\widehat{APB}$ বৃত্তচাপের দ্বারা গঠিত সম্মুখ বৃত্তস্থ কোণ।

$\therefore \angle AOB = 2\angle ACB$ .... (I)

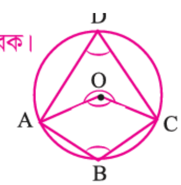
যেহেতু AB একটি সরলরেখাংশ, সুতরাং $\angle AOB$ একটি সরলকোণ ।$\therefore \angle AOB = 2$ সমকোণ

সুতরাং, $2\angle ACB = 2$ সমকোণ [I থেকে পেলাম]

$\therefore \angle ACB = 1$ সমকোণ [প্রমাণিত]

- বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোনগুলি পরস্পর সম্পূরক

উপপাদ্য : 38. বৃত্তস্থ চতুর্ভুজের বিপরীত কোণগুলি পরস্পর সম্পূরক।



প্রদত্ত : O কেন্দ্রীয় বৃত্তে ABCD একটি বৃত্তস্থ চতুর্ভুজ।

প্রমাণ করতে হবে যে : $\angle ABC + \angle ADC = 2$ সমকোণ

এবং $\angle BAD + \angle BCD = 2$ সমকোণ

অঙ্কন : A, O এবং C, O যোগ করলাম।

প্রমাণ : ADC বৃত্তচাপের দ্বারা গঠিত কেন্দ্রস্থ কোণ প্রবৃদ্ধ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle ABC$

$\therefore$ প্রবৃদ্ধ$\angle AOC = 2\angle ABC$

$\therefore \angle ABC = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ$\angle AOC$ ....(i)

আবার ABC বৃত্তচাপের দ্বারা গঠিত কেন্দ্রস্থ কোণ $\angle AOC$ এবং বৃত্তস্থ কোণ $\angle ADC$

$\therefore \angle AOC = 2\angle ADC$

$\therefore \angle ADC = \frac{1}{2}\angle AOC$ ....(ii)

$\therefore$ (i) ও (ii) হইতে পাই, $\angle ABC + \angle ADC = \frac{1}{2}$ প্রবৃদ্ধ$\angle AOC + \frac{1}{2}\angle AOC$

$= \frac{1}{2}$ (প্রবৃদ্ধ$\angle AOC + \angle AOC$)

$= \frac{1}{2} \times 4$ সমকোণ $= 2$ সমকোণ

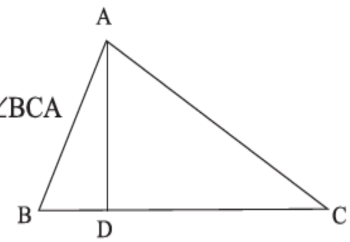
অনুরূপে B, O এবং D, O যোগ করে প্রমাণ করতে পারি যে, $\angle BAD + \angle BCD = 2$ সমকোণ [প্রমাণিত]

- সদৃশতার উপপাদ্য (দুটি ত্রিভুজ দেওয়া থাকবে, এবং কোনগুলো সমান, তাহলে প্রমাণ করতে হবে যে তারা সদৃশ)

উপপাদ্য :48. যে-কোনো সমকোণী ত্রিভুজের সমকৌণিক বিন্দু থেকে অতিভুজের উপর লম্ব অঙ্কন করলে, এই লম্বের উভয় পার্শ্বস্থিত ত্রিভুজদ্বয় সদৃশ এবং ওই ত্রিভুজগুলির প্রত্যেকে মূল ত্রিভুজের সঙ্গে সদৃশ।

প্রদত্ত : ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A$ সমকোণ এবং সমকৌণিক বিন্দু A থেকে অতিভুজ BC-এর উপর AD লম্ব।

প্রমাণ করতে হবে : (i) ΔDBA ও ΔABC পরস্পর সদৃশ। (ii) ΔDAC ও ΔABC পরস্পর সদৃশ।
(iii) ΔDBA ও ΔDAC পরস্পর সদৃশ।



প্রমাণ : ΔDBA ও ΔABC -এর মধ্যে,
$\angle BDA = \angle BAC = 90^\circ$
এবং $\angle ABD = \angle CBA$. সুতরাং অবশিষ্ট $\angle BAD = \angle BCA$
$\therefore$ ΔDBA ও ΔABC সদৃশকোণী।
$\therefore$ ΔDBA ও ΔABC পরস্পর সদৃশ। **[(i) প্রমাণিত]**
আবার, ΔDAC ও ΔABC-এর মধ্যে,
$\angle ADC = \angle BAC = 90^\circ$
$\angle ACD = \angle BCA$. সুতরাং অবশিষ্ট $\angle CAD = \angle CBA$
$\therefore$ ΔDAC ও ΔABC সদৃশকোণী।
$\therefore$ ΔDAC ও ΔABC সদৃশ। **[(ii) প্রমাণিত]**
ΔDBA ও ΔABC পরস্পর সদৃশ।
আবার, ΔDAC ও ΔABC পরস্পর সদৃশ।
সুতরাং ΔDBA ও ΔDAC পরস্পর সদৃশ। **[(iii) প্রমাণিত]**

- পিথাগোরাসের উপপাদ্য, বিপরীত উপপাদ্য।

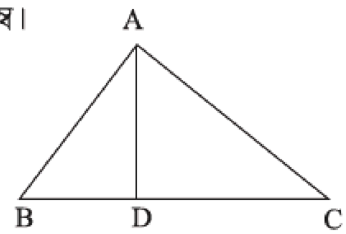
উপপাদ্য : 49. পিথাগোরাসের উপপাদ্য: যে-কোনো সমকোণী ত্রিভুজের অতিভুজের উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান।

প্রদত্ত : ABC একটি সমকোণী ত্রিভুজ যার $\angle A$ সমকোণ

প্রমাণ করতে হবে : $BC^2 = AB^2 + AC^2$

অঙ্কন : সমকৌণিক বিন্দু A থেকে অতিভুজ BC-এর উপর AD লম্ব অঙ্কন করলাম যা BC বাহুকে D বিন্দুতে ছেদ করে।

প্রমাণ : সমকোণী ত্রিভুজ ABC-এর অতিভুজ BC-এর উপর AD লম্ব।



$\therefore \Delta ABD$ ও ΔCBA সদৃশ।

সুতরাং, $\dfrac{AB}{BC} = \dfrac{BD}{AB}$, $\therefore AB^2 = BC.BD$ ....(I)

আবার, ΔCAD ও ΔCBA সদৃশ।

সুতরাং, $\dfrac{AC}{BC} = \dfrac{DC}{AC}$, $\therefore AC^2 = BC.DC$ ....(II)

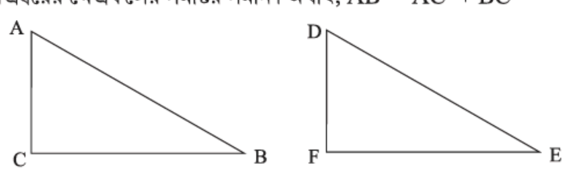
সুতরাং (I) ও (II) যোগ করে পাই, $AB^2 + AC^2 = BC.BD + BC.DC$

$$= BC\,(BD + DC) = BC.BC = BC^2$$

$\therefore BC^2 = AB^2 + AC^2$ **[প্রমাণিত]**

উপপাদ্য :50. পিথাগোরাসের উপপাদ্যের বিপরীত উপপাদ্য : যে-কোনো ত্রিভুজের একটি বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল অপর দুই বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান হলে প্রথম বাহুর বিপরীত কোণটি সমকোণ হবে।

প্রদত্ত : ΔABC-এর AB বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল BC ও AC বাহুর উপর অঙ্কিত বর্গক্ষেত্রদ্বয়ের ক্ষেত্রফলের সমষ্টির সমান। অর্থাৎ, $AB^2 = AC^2 + BC^2$



প্রমাণ করতে হবে : $\angle ACB = 1$ সমকোণ

অঙ্কন : CB-এর সমান করে FE সরলরেখাংশ অঙ্কন করলাম। FE বাহুর উপর F বিন্দুতে লম্ব অঙ্কন করলাম এবং সেই লম্ব থেকে CA বাহুর সমান করে FD অংশ কেটে নিলাম এবং D ও E বিন্দুদ্বয় যোগ করলাম।

প্রমাণ : $AB^2 = BC^2 + AC^2$ [প্রদত্ত]

$= EF^2 + DF^2$ [$\because$ অঙ্কনানুসারে, $EF = BC$ এবং $AC = DF$]

$= DE^2$ [$\because \angle DFE = 1$ সমকোণ]

$\therefore AB = DE$

এখন ΔABC ও ΔDEF -তে, $AB = DE$, $BC = EF$ এবং $AC = DF$

$\therefore \Delta ABC \cong \Delta DEF$ (S-S-S সর্বসমতার শর্তানুসারে)

$\therefore \angle ACB = \angle DFE = 1$ সমকোণ [$\because DF \perp EF$ অঙ্কনানুসারে]

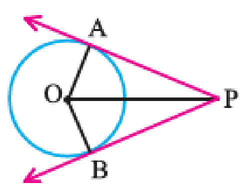
$\therefore \angle ACB = 1$ সমকোণ **[প্রমাণিত]**

EXTRA

- বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে যে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায়, তাদের স্পর্শবিন্দু দুটি সংযোগকারী সরলরেখাংশটির দৈর্ঘ্য সমান এবং তারা কেন্দ্রের সঙ্গে সমান কোণ উৎপন্ন করে।

উপপাদ্য :41. বৃত্তের বহিঃস্থ কোনো বিন্দু থেকে যে দুটি স্পর্শক অঙ্কন করা যায় তাদের স্পর্শবিন্দু দুটির সঙ্গে বহিঃস্থ বিন্দুর সংযোজক সরলরেখাংশ দুটির দৈর্ঘ্য সমান এবং তারা কেন্দ্রে সমান কোণ উৎপন্ন করে।

প্রদত্ত : O কেন্দ্রীয় বৃত্তের বহিঃস্থ বিন্দু P থেকে PA ও PB দুটি স্পর্শক যাদের স্পর্শবিন্দু যথাক্রমে A ও B, O,A; O, B ; O, P যুক্ত করায় PA ও PB সরলরেখাংশ দুটি কেন্দ্রে যথাক্রমে $\angle POA$ ও $\angle POB$ দুটি কোণ উৎপন্ন করেছে।



প্রমাণ করতে হবে : (i) $PA = PB$ (ii) $\angle POA = \angle POB$

প্রমাণ : PA ও PB স্পর্শক এবং OA ও OB স্পর্শবিন্দুগামী ব্যাসার্ধ।

$\therefore OA \perp PA$ এবং $OB \perp PB$

POA ও POB সমকোণী ত্রিভুজদ্বয়ের মধ্যে, $\angle OAP = \angle OBP$ (প্রত্যেকে 1 সমকোণ)

অতিভুজ OP সাধারণ বাহু এবং $OA = OB$ (একই বৃত্তের ব্যাসার্ধ)

$\therefore \Delta PAO \cong \Delta PBO$ [সর্বসমতার R-H-S শর্তানুসারে]

$\therefore PA = PB$ (সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ বাহু) .... [(i) প্রমাণিত]

এবং $\angle POA = \angle POB$ (সর্বসম ত্রিভুজের অনুরূপ কোণ) .... [(ii) প্রমাণিত]

THE END